

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР  
імені Б.І. Веркіна**

**КОНСТАНТИНОВ Олександр Михайлович**

УДК 538.93

**ТЕРМОПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ЕФЕКТИ У НАДПЛИННИХ  
БОЗЕ-СИСТЕМАХ**

01.04.02 – теоретична фізика

**Автореферат**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Фізико-технічному інституті низьких температур імені Б.І. Веркіна НАН України, м. Харків.

**Науковий керівник:** доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
**Шевченко Сергій Іванович**,  
Фізико-технічний інститут низьких температур  
імені Б.І. Веркіна НАН України,  
провідний науковий співробітник  
відділу теоретичної фізики.

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
**Полуектов Юрій Матвійович**,  
Національний науковий центр  
«Харківський фізико-технічний інститут»  
НАН України,  
начальник лабораторії дифузійних  
та електронних явищ у твердих тілах.

доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
**Філь Дмитро Вячеславович**,  
Інститут монокристалів НАН України,  
провідний науковий співробітник  
відділу теорії конденсованого стану речовини.

Захист відбудеться « 20 » жовтня 2020 року о 15<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.175.02 при Фізико-технічному інституті низьких температур імені Б.І. Веркіна НАН України за адресою: 61103, м. Харків, проспект Науки, 47.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Фізико-технічного інституту низьких температур імені Б.І. Веркіна НАН України за адресою: 61103, м. Харків, проспект Науки, 47.

Автореферат розісланий «    » вересня 2020 року.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 64.175.02,  
доктор фізико-математичних наук

Богдан М.М.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Останнім часом все більш актуальною постає проблема електричної активності надплинного гелію, в якому макроскопічна поляризація може виникати за відсутності зовнішніх електромагнітних полів. Відомо, що в  $S$ -станах дипольний, квадрупольний та інші мультипольні електричні моменти атомів  $^4\text{He}$  дорівнюють нулю. Тому перші ж результати експериментів О.С. Рибалко (2004), у яких спостерігалась електрична активність  $\text{He II}$  при розповсюдженні в ньому другого звуку, викликали значний інтерес. За останні півтора десятиліття проведено низку теоретичних досліджень, присвячених проблемі електричних явищ у надплинних системах при розповсюдженні в них другого звуку. Але передбачені у цих теоріях величини поляризації і виникаючих електричних полів занадто малі, щоб бути відповідальними за ті явища, які спостерігаються в експерименті. Це стимулює подальший пошук нових механізмів виникнення поляризації у надплинних бозе-системах і формування більш широкого погляду на існуючу проблему.

Зокрема, становить інтерес теоретичне дослідження динаміки квантових вихорів в надплинній рідині на предмет наявності у них електричного дипольного моменту. Результати попереднього теоретичного дослідження, які одержані в роботі В.Д. Нацика (2005), показують, що вихоровий рух атомів в надплинній рідині супроводжується їх поляризацією. У випадку прямолінійного вихору вектор поляризації має тільки радіальну компоненту. При цьому повний дипольний момент вихору дорівнює нулю. Такий результат є наслідком симетрії задачі. За наявності зовнішніх потоків симетрія вектора поляризації порушиться і стає можливим виникнення у вихора сумарного дипольного моменту. У цьому випадку факт появи дипольного моменту у квантованих вихорів в надплинній рідині може бути встановлений за допомогою електричних вимірювань і дозволить у перспективі використовувати їх для самого детектування вихорів.

У ряді теорій електричну активність гелію при поширенні в ньому другого звуку пов'язують з поляризацією гелію стінками, які його обмежують. Роль приповерхневих поляризованих шарів особливо велика в тонких надплинних плівках. Тому видається цікавим розглянути поляризацію плівки гелію при поширенні в ній третього звуку. Механізм поляризації плівки підкладкою може стати відповідальним за те, що температурні коливання у плівці надплинного гелію, які викликають поширення хвилі третього звуку, будуть приводити до появи змінного за часом і в навколишньому просторі електричного поля, тобто виникне нестационарний термоелектричний ефект.

Відомо, що рух будь-якого діелектрика в магнітному полі приводить до його поляризації. Специфіка надплинних систем полягає в тому, що в них теплові потоки супроводжуються макроскопічними потоками частинок. Тому слід очікувати, що стаціонарні і нестационарні потоки тепла у надплинних системах, які знаходяться у магнітному полі, здатні привести до появи у навколишньому просторі електричних полів. Питання про такий

термомагнітний ефект в надплинних системах в роботі ставиться вперше і раніше в науковій літературі не розглядалося.

Вищеописане коло невирішених важливих питань теорії поляризаційних явищ та термополяризаційних ефектів у надплинних бозе-системах визначає **актуальність** даної дисертаційної роботи.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана у Фізико-технічному інституті низьких температур імені Б.І. Веркіна НАН України в рамках тематичного плану ФТІНТ імені Б.І. Веркіна НАНУ за відомчими тематиками: «Теоретичні дослідження нелінійних та квантових явищ в наноструктурах і нових матеріалах» (номер державної реєстрації 0112U002642, термін виконання 2012 – 2016 рр.), «Теоретичні дослідження колективних явищ у квантових конденсованих структурах та наноматеріалах» (номер державної реєстрації 0117U002292, термін виконання 2017 – 2021 рр.).

**Мета і завдання досліджень.** *Метою* дисертаційної роботи є теоретичний опис процесів поляризації та механізмів термополяризації надплинних бозе-систем.

Для досягнення цієї мети були поставлені такі **задачі**:

- розвинути мікроскопічну теорію надплинного стану в моделі розрідженого бозе-газу лужного металу, в якому атоми металу розглядаються як складові бозони, утворені парами ферміонів та отримати зв'язок поляризаційної густини заряду і параметра порядку неоднорідної надплинної системи;
- знайти дипольний момент прямолінійного квантованого вихору при наявності відносного руху нормальної і надплинної компонент;
- побудувати теорію термоелектричних явищ в тонких надплинних плівках при поширенні в них хвиль третього звуку;
- отримати вирази для електричних полів у навколишньому просторі, які породжуються стаціонарним і нестаціонарним тепловим потоком у надплинній системі, що знаходиться в зовнішньому магнітному полі; отримати залежності цих полів від геометричних параметрів системи.

**Об'єктом дослідження** дисертаційної роботи є електричні явища в електронейтральних надплинних бозе-системах.

**Предметом дослідження** є процеси поляризації та механізми термополяризації надплинних бозе-систем.

**Методи дослідження.** При виконанні дисертаційної роботи використовувалися надійно апробовані методи теоретичної фізики конденсованого стану та теорії поля, а також чисельні методи. Зокрема, для знаходження зміни густини бозе-газу при наявності потоків, що обтікають вихор, було використано розрахунковий метод у наближенні Томаса-Фермі. При обчисленні середньої густини потоку циркуляцій було використано рівняння Фокера-Планка і рівняння Ланжевена. При знаходженні електричного поля над системою «атом-тверде тіло» був використаний підхід Дзялошінського в рамках інваріантної теорії збурень Фейнмана.

### **Наукова новизна отриманих результатів.**

1. Вперше знайдено явний вираз для поляризаційного заряду неоднорідної надплинної бозе-системи через двочастинковий параметр порядку, що описує таку систему. Показано, що при зміні на макроскопічних відстанях параметра порядку поляризаційний заряд є пропорційним лапласіану, а поляризація – градієнту густини системи.

2. Вперше встановлено, що у надплинних бозе-системах потік, який обтікає прямолінійний квантований вихор, приводить до появи у вихора електричного дипольного моменту. Показано, що дипольний момент є пропорційним швидкості відносного руху нормальної і надплинної компонент.

3. Вперше передбачено нестационарний термоелектричний ефект у тонкій плівці надплинного гелію в умовах поширення у плівці третього звуку. Встановлено, що коливання температури на краях плівки, яке викликає коливання товщини плівки, приводить до появи в навколишньому просторі змінного за часом і в просторі електричного поля, доступного спостереженню сучасними експериментальними методами.

4. Вперше показано, що при розповсюдженні по тонкій плівці надплинного гелію третього звуку наявність термічно активованих вихорів слабо впливає на електричну активність системи навіть поблизу надплинного переходу. Показано, що термічно активовані вихори суттєво впливають лише на швидкість третього звуку.

5. Вперше передбачено термомагнітний ефект у надплинному гелії. Виявлено, що в надплинному гелії, який розміщено в магнітному полі, потік тепла під дією градієнта температури приводить до появи електричного поля в навколишньому просторі. Показано, що ефект реалізується як при стаціонарному, так і при нестационарному потоках тепла.

**Практичне значення результатів дисертації.** Результати теоретичних досліджень, які представлені в дисертаційній роботі, мають фундаментальне значення, оскільки поглиблюють і поширюють знання щодо поляризаційних властивостей надплинних бозе-систем. Передбачений термоелектричний ефект в тонких плівках надплинного гелію, може бути використаний як основа для надчутливого сенсору для вимірювання температури. Встановлені порогові значення величини електричного потенціалу для ламінарного типу руху надплинної рідини у передбаченому термомагнітному ефекті можуть слугувати експериментальним тестом з виявлення переходу надплинної рідини з ламінарного у турбулентний стан.

**Особистий внесок здобувача.** У всіх роботах, які увійшли до дисертації та виконані у співавторстві, здобувачем самостійно виконано всі аналітичні та чисельні розрахунки. Автор брав активну участь в обговоренні та трактуванні отриманих аналітичних і чисельних результатів, формуванні висновків і написанні статей. Зокрема, здобувачем самостійно отримано вираз для дипольного моменту квантового прямолінійного вихору при наявності потоків. Автором особисто знайдено поправку до рівняння руху плівки надплинної рідини, яка обумовлена наявністю термічно активованих вихорів. Дисертантом самостійно розраховано електричний потенціал над плівкою надплинного

гелію, уздовж якої розповсюджується третій звук та отримано вирази для електричних полів, породжуваних тепловим потоком у надплинних системах, які поміщені у магнітне поле. Усі основні результати були представлені здобувачем особисто у вигляді доповідей на наукових семінарах, радах та конференціях. Таким чином, особистий внесок дисертанта є визначальним.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали, що містять основні результати дисертації, доповідались на таких міжнародних та вітчизняних наукових конференціях:

- XII Міжнародна наукова конференція «Фізичні явища в твердих тілах» (Харків, Україна, 1 – 4 грудня, 2015);
- XXXVII Совещания по физике низких температур (Казань, Россия, 29 июня – 3 июля 2015);
- VII International Conference for Young Scientists “Low Temperature Physics” (Kharkiv, Ukraine, June 6 – 10, 2016);
- VII Conference of Young Scientists “Problems of Theoretical Physics”» (Kyiv, Ukraine, December 13 – 15, 2016);
- VIII International Conference for Professionals & Young Scientists “Low Temperature Physics” (Kharkiv, Ukraine, May 29 – June 2, 2017);
- 8th International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (Kyiv, Ukraine, May 18 – 22, 2018);
- IX International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (Kharkiv, Ukraine, June 4 – 8, 2018);
- XXXVIII Совещания по физике низких температур (г. Москва – г. Ростов-на-Дону – пос. Шепси, Россия, 17 – 22 сентября, 2018);
- IX Conference of Young Scientists “Problems of Theoretical Physics” (Kyiv, Ukraine, December 4 – 5, 2018);
- Школа-конференція молодих вчених «Сучасне матеріалознавство: фізика, хімія, технології» (Ужгород, Водограй, Україна, 27 – 31 травня, 2019);
- X International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (Kharkiv, Ukraine, June 3 – 7, 2019);
- Quantum Fluids & Solids (Edmon, Alberta, Canada, August 7 – 13, 2019);
- Bogolyubov Kyiv Conference “Problems of Theoretical and Mathematical Physics” (Kyiv, Ukraine, September 24 – 26, 2019);
- X Conference of Young Scientists “Problems of Theoretical Physics” (Kyiv, Ukraine, December 23 – 24, 2019).

**Публікації.** Результати дисертаційної роботи опубліковані в 20 наукових працях, у тому числі в 5 статтях у провідних фахових наукових виданнях [1 – 5] і в 15 тезах доповідей у збірниках праць міжнародних і вітчизняних наукових конференцій [6 – 20].

**Структура дисертації.** Дисертація складається з анотацій, вступу, оглядового розділу, трьох оригінальних розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 122 сторінки, містить 9 рисунків і список використаних джерел з 111 найменувань на 11 сторінках.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

В **анотаціях** державною та англійською мовами стисло викладено основний зміст і висновки дисертації. Представлено основні результати досліджень із зазначенням наукової новизни. Сформульовано найсуттєвіші положення по кожному з розділів дисертації.

У **вступі** коротко обґрунтована актуальність теми дисертаційної роботи та її зв'язок з науковими програмами, планами, темами. Визначено мету та основні завдання роботи, а також об'єкти, предмет і методи досліджень. Сформульована та викладена наукова новизна і практична значимість отриманих результатів, наведено дані про особистий внесок дисертанта, апробацію роботи та публікації за темою дисертації. Також наведено інформацію про структуру та обсяг дисертаційної роботи.

У **першому розділі** «Електричні властивості надплинних систем (огляд)» дається огляд теоретичних робіт, присвячених дослідженню питання про електричну активність надплинних систем, а саме, про появу в них макроскопічної поляризації за відсутності зовнішніх електромагнітних полів. Обговорюються можливі механізми поляризації надплинних систем: поляризація при їх прискореному русі (аналог ефекту Толмена-Стьюарта), поляризація, яка викликана неоднорідністю (аналог флексоелектричного ефекту в рідких кристалах), а також поляризація за рахунок ван-дер-ваальсової взаємодії атомів системи з атомами стінок, що обмежують систему.

У **другому розділі** «Дипольний момент квантових вихорів при наявності потоків» розв'язується задача про електричну активність надплинних систем при наявності потоків.

Розгляд здійснюється в моделі розрідженого бозе-газу атомів лужних металів. Припускається, що кожен атом складається з двох ферміонів: валентного електрона і атомного остова. Врахування внутрішніх ступенів свободи обмежується рухом електронів відносно атомного остова. Рухом електронів атомного остова нехтується. Хвильова функція  $|\Phi_0\rangle$  основного стану системи записується у вигляді

$$|\Phi_0\rangle = \exp\left\{\int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \left[ \hat{\Psi}_e^+(\mathbf{r}_1)\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\hat{\Psi}_e^+(\mathbf{r}_2) - h.c. \right]\right\}|0\rangle, \quad (1)$$

де  $\hat{\Psi}_e^+(\mathbf{r})$  і  $\hat{\Psi}_c^+(\mathbf{r})$  є, відповідно, оператори народження електрона і атомного остова в точці  $\mathbf{r}$ , які задовольняють фермівським комутаційним співвідношенням,  $|0\rangle$  – вакуумний стан. Комплексна функція  $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  (параметр порядку) знаходиться з умови мінімуму енергії системи. Ця умова приводить до нелінійного нелокального інтегро-диференціального рівняння для  $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ . Всі електричні характеристики газу і, зокрема, його поляризація  $\mathbf{P}$  виражаються через параметр порядку.

У загальному випадку поляризацію  $\mathbf{P}$  можна представити у вигляді мультипольного розкладу. Коректний облік всіх членів цього ряду спрощується, якщо від обчислення поляризації  $\mathbf{P}$  перейти до обчислення

густини поляризаційного заряду  $\rho$ . Ці величини пов'язані співвідношенням  $\rho(\mathbf{r}) = -\text{div} \mathbf{P}(\mathbf{r})$ . Густина поляризаційного заряду у довільній точці  $\mathbf{r}$  дорівнює

$$\rho(\mathbf{r}) = e \left\langle \Phi_0 \left| \left[ \hat{\Psi}_c^+(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_c(\mathbf{r}) - \hat{\Psi}_e^+(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_e(\mathbf{r}) \right] \right| \Phi_0 \right\rangle, \quad (2)$$

де  $e$  – елементарний заряд. У наближенні низької густини, коли розмір атома малий у порівнянні із середньою відстанню між атомами, з (1) і (2) випливає

$$\rho(\mathbf{r}) = e \int d\mathbf{r}' \left[ |\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 - |\Phi(\mathbf{r}', \mathbf{r})|^2 \right]. \quad (3)$$

Цей вираз має вельми прозорий фізичний зміст. З визначення  $|\Phi(\mathbf{r}', \mathbf{r})|^2$  як ймовірності знайти електрон в точці  $\mathbf{r}$  за умови, що остов знаходиться в точці  $\mathbf{r}'$ , випливає, що ймовірність знайти електрон в точці  $\mathbf{r}$  при довільному положенні остова, виходить інтегруванням  $|\Phi(\mathbf{r}', \mathbf{r})|^2$  по координаті остова  $\mathbf{r}'$ . Аналогічним чином, ймовірність знайти в точці  $\mathbf{r}$  остов атома виходить інтегруванням  $|\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2$  по координаті електрона. Різниця цих ймовірностей помножена на елементарний електричний заряд  $e$  і є густина поляризаційного заряду  $\rho(\mathbf{r})$ . Повний поляризаційний заряд, який виходить після інтегрування  $\rho(\mathbf{r})$  по всьому простору, дорівнює нулю.

При розв'язанні рівняння для параметра порядку враховується, що енергія  $\varepsilon_0$  зв'язку валентного електрона з остовом істотно перевершує енергію взаємодії між атомами  $\varepsilon_{int} = gn$  ( $g$  – константа взаємодії,  $n$  – густина числа частинок) і енергію, обумовлену неоднорідністю в задачі  $\varepsilon_{inhom} = \hbar^2 / 2Ml_{inhom}^2$ , де  $\hbar$  – стала Планка,  $M$  – маса атома,  $l_{inhom}$  – характерний масштаб неоднорідності. В результаті, рішення для  $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  можна шукати у вигляді

$$\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \psi(\mathbf{R}_{12}) \cdot \left[ \phi^{(0)}(\mathbf{r}_{12}) + \phi^{(1)}(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{R}_{12}) \right]. \quad (4)$$

У правій стороні цього виразу здійснений перехід від координат острова  $\mathbf{r}_1$  і електрона  $\mathbf{r}_2$  до координат центру мас  $\mathbf{R}_{12}$  і відносної координаті  $\mathbf{r}_{12}$ . Функція  $\phi^{(0)}$  є функція основного стану атома, а функція  $\psi(\mathbf{R}_{12})$  повинна задовольняти рівнянню Гросса-Пітаєвського, яке виникає в теорії як умова розв'язності рівняння першого (по взаємодії між атомами) наближення для функції  $\phi^{(1)}$ . У нульовому наближенні (при цьому  $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \psi(\mathbf{R}_{12})\phi^{(0)}(\mathbf{r}_{12})$ ) з (3) випливає, що  $\rho^{(0)}(\mathbf{r}) = -C_0 e a_B^2 \nabla^2 n(\mathbf{r})$ , де  $n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2$  – густина частинок в точці  $\mathbf{r}$ ,  $C_0$  – безрозмірна константа порядку одиниці,  $a_B$  – радіус Бора. Вираз для поляризації, що відповідає густині заряду  $\rho^{(0)}$ , має вигляд  $\mathbf{P}^{(0)}(\mathbf{r}) = C_0 e a_B^2 \nabla n(\mathbf{r})$ . Внесок в поляризацію  $\mathbf{P}^{(1)}$  від членів першого порядку по взаємодії атомів (другий доданок в (4)) знайдено в роботах, огляд яких присутній у першому розділі дисертації. Ця добавка дорівнює



$$\mathbf{P}^{(1)} = C_1 en_0 a_B^5 \nabla n, \quad (5)$$

де  $C_1 \sim C_0 \sim 1$ . Для розрідженого бозе-газу ( $na_B^3 \ll 1$ ) добавка  $P^{(1)} \ll P^{(0)}$ . Проте у роботі показано, що саме вона відповідає за появу зовнішніх електричних полів, що створюються неоднорідною надплинною системою.

За допомогою виразу для  $P^{(1)}$  можна знайти поляризацію, пов'язану з вихором. Відповідна добавка до густини  $n'(\mathbf{r})$  знаходиться з рівняння Гросса-Пітаєвського у наближенні Томаса-Фермі

$$n'(\mathbf{r}) = -\frac{M}{2g} \cdot [\mathbf{v}_s^2 - 2\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{v}_L]. \quad (6)$$

Тут  $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_v + \mathbf{v}_{s0}$  – швидкість надплинної компоненти. Вона складається з швидкості  $\mathbf{v}_v$  кругового руху навколо вихорового кола і швидкості зовнішнього однорідного потоку  $\mathbf{v}_{s0}$ ;  $\mathbf{v}_L$  – швидкість руху вихору як цілого. Для знаходження швидкості  $\mathbf{v}_L$  розвинена мікроскопічна теорія доповнюється феноменологічним рівнянням балансу сил, що діють на вихор. В результаті, враховуючи (5) і (6), знайдено явний вираз для електричного потенціалу  $\varphi$  в деякій точці  $\mathbf{R}_0 = (r_0, \theta_0, z_0)$  зовні системи

$$\varphi(\mathbf{R}_0) = \int \frac{\mathbf{d}_h \cdot (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_v) dz}{\left( (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_v)^2 + (z_0 - z)^2 \right)^{3/2}}, \quad (7)$$

де  $\mathbf{r}_v$  і  $\mathbf{r}_0 = (r_0, \theta_0)$  – радіальна координата вихору і точки спостереження відповідно, а величина  $\mathbf{d}_h$  визначається виразом

$$\mathbf{d}_h = -\frac{C_1 en_0 a_B^5 M}{2g} \left( \frac{\rho_s \kappa^2 D_1}{T} \hat{\mathbf{z}} \times [\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{w}] + \kappa D_2 [\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{w}] \right). \quad (8)$$

Тут  $\kappa = 2\pi\hbar / M$  – циркуляція вихору,  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_{s0}$  – швидкість відносного руху надплинної і нормальної компоненти,  $D_1$  і  $D_2$  – коефіцієнти тертя, які визначаються розсіюванням на вихорі фононів або ротонів,  $\hat{\mathbf{z}}$  – орт осі  $z$ , яка зараз спрямована уздовж лінії вихору,  $n_0$  – рівноважна густина системи,  $\rho_s$  – надплинна густина.

Вираз для  $\mathbf{d}_h$  можна інтерпретувати як лінійну густина дипольного моменту вихору. Таким чином показано, що відносний рух нормальної і надплинної компонент приводить до появи у кожного елемента вихорової лінії дипольного моменту. Цей дипольний момент складається з двох доданків, один з яких паралельний, а інший – ортогональний відносній швидкості  $\mathbf{w}$ .

У **третьому розділі** «Нестационарний термоелектричний ефект, породжуваний третім звуком» наведені результати теоретичного дослідження термоелектричної поляризації тонких надплинних плівок гелію.

В першому пункті розділу було знайдено середнє електричне поле системи «атом - підкладка» з урахуванням поля, що створюється підкладкою. Для розв'язку задачі використано підхід Дзялошинського у рамках інваріантної

теорії збурень, який був застосований при розрахунку взаємодії атомів з урахуванням ефектів запізнювання. Якщо в точці  $\mathbf{r}$  знаходиться «сторонній» дипольний момент  $\mathbf{d}_0$ , то повний гамільтоніан  $H$  дорівнює сумі гамільтоніана атома і середовища за відсутності взаємодії між ними  $H_0$ , оператора взаємодії атома і середовища  $V_1$  та оператора взаємодії системи «атом - підкладка» з стороннім диполем  $V_2$ . Енергії  $V_1$  та  $V_2$  визначаються наступними виразами

$$V_1 = -d_i E_i(\mathbf{r}_a) - Q_{ij} (\nabla_a)_j E_i(\mathbf{r}_a) / 6, \quad (9)$$

$$V_2 = -\mathbf{d}_0 \mathbf{E}^{tot}(\mathbf{r}) \equiv -\mathbf{d}_0 (\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_a(\mathbf{r})), \quad (10)$$

де  $d_i$  і  $Q_{ij}$  – оператори дипольного і квадрупольного моментів атома,  $\mathbf{r}_a = (0, 0, l)$  – координата центру мас атома (вісь  $z$  спрямована нормально до підкладки),  $\mathbf{E}$  – оператор електричного поля, що створюється твердим тілом,  $E_i$  –  $i$ -та компонента оператора  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{E}_a$  – оператор електричного поля, що створюється атомом. Важливо зазначити, що для отримання відмінного від нуля результату слід враховувати як дипольний, так і квадрупольний флуктуаційні моменти атома. Повна енергія взаємодії електричного поля з атомом і стороннім диполем  $U$  дорівнює (тут  $\hbar = c = 1$ ,  $c$  – швидкість світла у вакуумі)

$$U = -\frac{1}{it} \left\langle T_\tau \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{\infty} [V_1(t) + V_2(t)] dt \right\} \right\rangle_0. \quad (11)$$

де  $V_{1,2}(t)$  – оператори  $V_{1,2}$  в картині взаємодії,  $T_\tau$  – оператор хронологічного впорядкування. Усереднення проводиться по хвильовій функції основного стану ізольованого атома і конденсованого середовища. В результаті

$$\langle \mathbf{E}^{tot}(\mathbf{r}) \rangle \equiv \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle + \langle \mathbf{E}_a(\mathbf{r}) \rangle = - \left. \frac{\partial U}{\partial \mathbf{d}_0} \right|_{\mathbf{d}_0=0}. \quad (12)$$

Для випадку, коли атом знаходиться на відстані  $l$  від твердого тіла, що значно перевищує міжатомну відстань, взаємодія атома з полем  $\mathbf{E}$  є малою і для знаходження середнього поля  $\langle \mathbf{E}^{tot} \rangle$  можна скористатися розкладом виразу (11) за ступенями  $V_{1,2}(t)$ . В результаті розрахунків отримано вираз

$$\langle E_i(\mathbf{r}) \rangle = -\langle d \rangle \left\{ D_{iz}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a, \omega) \omega^2 \right\}_{\omega=0}, \quad (13)$$

де  $\langle d \rangle$  – середній дипольний момент атома, індукований підкладкою,  $D_{ij}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a, \omega)$  – запізнена функція Гріна, яка визначається оператором векторного потенціалу. Запізнена функція Гріна задовольняє рівнянню, яке при фіксованих значеннях  $\mathbf{r}_a$  збігається з рівнянням для поля, яке створює точковий диполь  $d_l(\omega) = -\omega^{-2} \delta_{lz}$ , що знаходиться в точці  $\mathbf{r}_a$ . Як наслідок отримано, що на

великих відстанях від системи середнє поле системи «атом - підкладка» еквівалентно полю диполя, розташованого безпосередньо на підкладці.

Взаємодія атома з підкладкою є не єдиним можливим механізмом його поляризації в гелієвій плівці. Розглядаючи плівку гелію, яка покриває підкладку, потрібно також враховувати дипольні моменти, що наводяться на атомі сусідніми атомами. Взаємодія двох атомів гелію один з одним приводить до перерозподілу електронної густини кожного з них. В результаті у пари атомів з'являються рівні за модулем і протилежно спрямовані дипольні моменти. Момент деякого атома в середовищі виходить підсумовуванням моментів, що наводяться в цьому атомі усіма іншими атомами. Виявляється, що при наявності неоднорідності, у атомів в об'ємі плівки виникає відмінний від нуля дипольний момент, що дорівнює

$$\mathbf{d}_f = -\frac{4\pi D_7 e a_B^8}{9a^3} \nabla n. \quad (14)$$

Тут  $a$  – середня відстань між атомами гелію,  $n$  – густина атомів в плівці,  $D_7 \approx 18.4$ . Таким чином, просторова неоднорідність системи породжує в ній локальний дипольний момент (аналог флексоелектричного ефекту в кристалах). Градієнт густини  $\nabla n$  знаходиться з умови балансу сили тиску  $\nabla p / \rho$  ( $\rho = Mn$  – масова густина гелію,  $p$  – тиск) і сили Ван-дер-Ваальса  $\mathbf{F}_v$ , діючої на атоми з боку підкладки. Повний дипольний момент атома  $\mathbf{d}_{tot}$  дається сумою

$$\mathbf{d}_{tot} = \langle \mathbf{d} \rangle + \mathbf{d}_f = \left( 1 + \frac{4\pi D_7 e^2 a_B^8 n}{9C\alpha a^3 M c_1^2} \right) \langle \mathbf{d} \rangle, \quad (15)$$

що відповідає випадку металевій підкладці. Тут  $c_1$  – швидкість першого звуку в рідкому гелії,  $\alpha$  – статична поляризованість атома гелію,  $C = 9/4$ . Чисельний розрахунок показує, що другий доданок в дужках дорівнює 0.48, так що флексоелектричний ефект приводить лише до невеликого перенормування наведеного підкладкою дипольного моменту атома.

Вираз (15) можна привести до вигляду  $\mathbf{p} = A e a_B (a_B / l)^4 \hat{\mathbf{z}}$ , де  $A$  – числовий коефіцієнт порядку одиниці. Дипольний момент  $\mathbf{p}$  швидко спадає як функція відстані між атомом і підкладкою. Тому ефекти поляризації істотні лише для тонких плівок. Це дозволяє пов'язати з плівкою двовимірну поляризацію  $\mathbf{P}_s$ , яка виходить інтегруванням дипольного моменту  $\mathbf{p}$  по товщині плівки і множенням результату на густину гелію  $n$ .

Цікавлячись змінною в часі і просторі добавкою до  $\mathbf{P}_s$ , розглянуто поширення третього звуку в умовах, коли джерелом звуку є осцилююча на границях системи температура плівки. Вирішуючи задачу про поширення третього звуку з урахуванням ефектів випаровування і конденсації вдається виразити амплітуду коливання товщини плівки  $h'_A$  через амплітуду коливання її температури  $T'_A$ . Як наслідок, для лінійної по  $T'$  добавки до  $\mathbf{P}_s$  отримано вираз

$$\mathbf{P}'_S = Aea_B n T' \left( \frac{a_B}{h_0} \right)^4 \hat{\mathbf{z}} \cdot \begin{cases} h_0 C_h / s, T_0 \ll 1K \\ L_{ev} h_0^4 / \alpha_v T_0, T_0 \sim 1K \end{cases}, \quad (16)$$

де  $C_h$  і  $s$  – питома теплоємність і ентропія гелію відповідно,  $L_{ev}$  – прихована теплота пароутворення,  $\alpha_v$  – параметр, що характеризує інтенсивність сил Ван-дер-Ваальса, діючих на плівку з боку підкладки,  $h_0$  і  $T_0$  – рівноважні значення товщини і температури відповідно,  $T'$  – осцилююча добавка до  $T_0$ .

Результат залежить від форми підкладки. В роботі розглянуто порожнистий циліндричний зразок радіусу  $R$ . Приймається, що  $L_z \gg R$  і  $L_z \gg z_0$ , де  $L_z$  – висота циліндра,  $z_0$  – відрахована від центру циліндра  $z$ -координата точки спостереження. Для  $kL_z \gg 1$ , де  $k$  – хвильове число, за даною поляризацією  $\mathbf{P}'_S(t, \mathbf{r}) \equiv \tilde{P}(t) \exp(ikz) \hat{\mathbf{r}}$  (де  $\hat{\mathbf{r}}$  – орт радіальної складової радіус-вектору точки спостереження) знайдено потенціал електричного поля

$$\varphi(r_0, z_0) = 4\pi \tilde{P}(t) (kR) \sin kz_0 \cdot \begin{cases} -I_1(kR) K_0(kr_0), r_0 > R \\ K_1(kR) I_0(kr_0), r_0 < R \end{cases}, \quad (17)$$

де  $I_i(kr_0)$  і  $K_i(kr_0)$  – модифіковані функції Бесселя  $i$ -го порядку першого і другого роду відповідно. При  $kR \gg 1$  максимальні значення  $\varphi(r_0)$  досягаються поблизу поверхні циліндра незалежно від того, покриває плівка циліндр зовні ( $r_0 > R$ ) або зсередини ( $r_0 < R$ ). При  $kR \ll 1$  амплітуда потенціалу має багато більше значення, якщо плівка покриває циліндричний зразок зсередини.

Виконано числові оцінки і показано, що для низьких температур ( $T_0 \ll 1K$ ) найбільше можливе значення амплітуди електричного потенціалу  $|\varphi| = T'_A \cdot 6 \cdot 10^{-4} B / K$ . Для високих температур  $|\varphi| = 2 \cdot 10^{-4} B \cdot (T'_A / T_0)$ . Ця оцінка справедлива до товщини  $h_0 \approx 20 \cdot a \approx 6 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ .

Таким чином, в даному пункті показано, що дві унікальні властивості надплинних систем – здатність протікати без дисипації по шорсткій поверхні і аномально великий термомеханічний ефект – приводять до ще однієї унікальної властивості – нестационарного термоелектричного ефекту, пов'язаного з третім звуком. Ефект можна вважати електричним аналогом ефекту фонтанування.

У останньому пункті розділу була врахована можливість появи в плівці термічно активованих вихорів. Нижче температури Березинського-Костерлица-Таулесса вихори з протилежною циркуляцією пов'язані в пари, дисоціація яких приводить до переходу плівки в нормальний стан. При наявності в плівці пов'язаних пар, рівняння руху надплинної компоненти має вигляд

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \langle \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{J}_v \rangle = -\nabla \mu_f. \quad (18)$$

Тут  $\mu_f$  – хімічний потенціал рідини,  $\mathbf{J}_v = (2\pi\hbar / M) \sum n_i \mathbf{v}_{Li} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{vi})$  – вектор густини потоку циркуляції ( $n_i = \pm 1$  – знак циркуляції  $i$ -го вихору). Рівняння (18)

записане з лінійною точністю по  $\mathbf{v}_s$ . Середнє по положенню вихорових пар значення густини потоку циркуляції визначається виразом

$$\langle \mathbf{J}_v \rangle \equiv \int \frac{d^2r}{A_f} \langle \mathbf{J}_v \rangle_l = \frac{2\pi\hbar}{M} \int d^2l \frac{d\mathbf{l}}{dt} \Gamma(\mathbf{l}, t), \quad (19)$$

де  $\mathbf{l}$  – вектор, що з'єднує вихор від'ємної циркуляції з вихором додатної циркуляції вихорової пари,  $A_f$  – площа плівки. Функція  $\Gamma(\mathbf{l}, t)$  є число пар розміру  $\mathbf{l}$  на одиницю площі в елементі «об'єму»  $d^2l$ . Ця функція задовольняє рівнянню Фокера-Планка

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = 2D \frac{\partial}{\partial \mathbf{l}} \left( \frac{1}{T} \frac{\partial U_v}{\partial \mathbf{l}} \Gamma + \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{l}} \right) \equiv -\frac{\partial}{\partial \mathbf{l}} \mathbf{j}. \quad (20)$$

Тут  $U_v$  – енергія вихорової пари при наявності зовнішнього потоку  $\mathbf{v}_{s0}$ ,  $D$  – коефіцієнт дифузії,  $\mathbf{j}$  – густина потоку в «просторі розмірів» пар. Щоб виконати усереднення в (19), слід виразити  $d\mathbf{l}/dt$  через  $\mathbf{l}$ . Для цього достатньо врахувати, що розмір пари  $\mathbf{l}$  змінюється відповідно до рівняння Ланжевена

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt} = -\frac{2D}{T} \frac{\partial U_v}{\partial \mathbf{l}} + \boldsymbol{\eta}, \quad (21)$$

де  $\boldsymbol{\eta}$  – флуктуаційна добавка. Комбінуючи (19) – (21), з лінійною точністю за швидкістю отримано

$$\langle \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{J}_v \rangle = -\frac{1}{\rho_{s0}} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{j}_v \rangle, \quad (22)$$

де  $\mathbf{j}_v$  – потік надплинної рідини, який створюється вихорами,  $\rho_{s0}$  – надплинна густина за відсутності вихорів. При наявності вихорів надплинну густину  $\rho_s$  природно ввести за допомогою співвідношення  $\rho_s(T) \mathbf{v}_{s0} = \rho_{s0}(T) \mathbf{v}_{s0} + \langle \mathbf{j}_v \rangle$ . Після введення позначення  $\epsilon(T) = \rho_{s0}(T) / \rho_s(T)$ , вираз (22) набуває вигляду

$$\langle \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{J}_v \rangle = \left( 1 - \frac{1}{\epsilon(T)} \right) \frac{\partial \mathbf{v}_{s0}}{\partial t}. \quad (23)$$

Цікавлячись поздовжньою частиною рівняння (18), яка визначає поширення третього звуку, і враховуючи, що густина вихорових пар мала в порівнянні з повною густиною так, що  $\rho_{s0} - \rho_s \ll \rho_{s0}$ , з урахуванням (23) і (18) отримано

$$\epsilon(T) \frac{\partial \mathbf{v}_{s0}}{\partial t} = -\nabla \mu_f. \quad (24)$$

З цього рівняння випливає, що наявність в плівці вихорових пар приводить до появи множника  $\epsilon(T)$  перед  $\partial \mathbf{v}_s / \partial t$  у рівнянні руху надплинної компоненти, що, в свою чергу, приводить до перенормування швидкості третього звуку

$$c_3^2 = c_{03}^2 / \epsilon(T), \quad (25)$$

де  $c_{03}^2$  – квадрат швидкості третього звуку за відсутності вихорових пар.

Таким чином, показано, що вплив на термоелектричний ефект термічно активованих вихорів навіть поблизу надплинного переходу є слабким.

У **четвертому розділі** «Надтеплопровідність і електрична активність надплинних систем» досліджується стаціонарний і нестаціонарний термомагнітний ефект для надплинних діелектричних систем. У даному розділі звертається увага на механізм термополяризації, який може мати місце в надплинних діелектричних системах при наявності магнітного поля.

Надтеплопровідність є однією з унікальних властивостей He II. Величезне збільшення ефективного коефіцієнта теплопровідності при переході в надплинний стан пояснюється тим, що перенесення тепла в He II пов'язане з рухом нормальної компоненти. При цьому потік маси, який переносить нормальна компонента, компенсується потоком маси, який переносить надплинна компонента, тобто виникає стан, при якому перенесення тепла здійснюється шляхом внутрішньої конвекції, що не супроводжується перенесенням маси. Надзвичайно важливою обставиною є той факт, що умова відсутності потоку маси має виконуватися лише в середньому. Локальний потік маси в загальному випадку не повинен обертатися в нуль. Оскільки рух будь-якого діелектрика в магнітному полі приводить до його поляризації, то при наявності магнітного поля з локальним потоком маси, що породжується градієнтом температури в надплинному гелії, буде пов'язаний локальний дипольний момент і поза системою може виникнути середнє електричне поле.

Поляризація надплинної системи за наявності магнітного поля  $\mathbf{H}$  впливає з отриманого Мінковським виразу для індукції електричного поля в діелектрику при його русі в магнітному полі і дорівнює

$$\mathbf{P} = \frac{\alpha}{Mc} [(\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) \times \mathbf{H}], \quad (26)$$

де  $\rho_n$  – густина нормальної компоненти. Цей вираз є справедливим незалежно від способу приведення He II до руху. Нижче приймається, що рух рідини індукується градієнтом температури.

Розглянуто випадок стаціонарного потоку тепла, для якого отримано

$$\mathbf{P} = \frac{\alpha \rho_n}{Mc} [(\mathbf{v}_n - \langle \mathbf{v}_n \rangle) \times \mathbf{H}], \quad (27)$$

де  $\langle \mathbf{v}_n \rangle$  є усереднена по площі поперечного перерізу системи швидкість нормальної компоненти. Швидкість нормальної компоненти задовольняє рівнянню, яке еквівалентно рівнянню Пуазейля в класичній гідродинаміці

$$\eta_n \nabla^2 \mathbf{v}_n = \rho_s \nabla T, \quad (28)$$

де  $\eta_n$  – коефіцієнт в'язкості нормальної компоненти. Розв'язок рівняння (28) залежить від граничних умов і обраної геометрії задачі.

Отримано, що для заповненого гелієм циліндричного капіляра кругового перерізу, між кінцями якого підтримується мала різниця температур  $\Delta T$ ,

електричний потенціал поза циліндром  $\varphi(\mathbf{r}_0) \equiv 0$ . Цей результат є наслідком високої симетрії системи. У загальному випадку потенціал  $\varphi(\mathbf{r}_0)$  має бути відмінний від нуля. Так для капіляру еліптичного перерізу, півосі  $a$  і  $b$  якого лежать уздовж осей  $x$  і  $y$  відповідно (вісь  $y$  спрямовано уздовж магнітного поля), потенціал поза системою дорівнює

$$\varphi(x_0, y_0) = -\frac{2aP_0}{1+\gamma^2} \int_{-1}^1 dx \int_{-\gamma\sqrt{1-x^2}}^{\gamma\sqrt{1-x^2}} dy \frac{(1/2 - x^2 - \gamma^{-2}y^2)(x_0 - x)}{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}, \quad (29)$$

де  $\gamma = b/a$  і введено позначення

$$P_0 = \frac{\alpha\rho_n H}{Mc} \frac{\rho s \Delta T}{2\eta_n L} b^2. \quad (30)$$

Тут  $L$  – довжина капіляру. Аналіз виразу (29) показує, що на осі, яка паралельна магнітному полю і проходить через центр еліпса, потенціал  $\varphi \equiv 0$ .

Інтегрування в (29) не вдається виконати при довільних  $x_0$  і  $y_0$ . Аналітичний вираз отримано для  $y_0 = 0$ . При довільних  $x_0$  і  $y_0$  чисельне інтегрування дозволяє знайти потенціал  $\varphi$  при русі від точок з координатами  $(x_0, y_0 = 0)$  до точок з координатами  $(x_0 = 0, y_0)$  (рис. 1), тобто залежність  $\varphi$  від кута  $\theta_0 = \arctan(y_0 / x_0)$ .

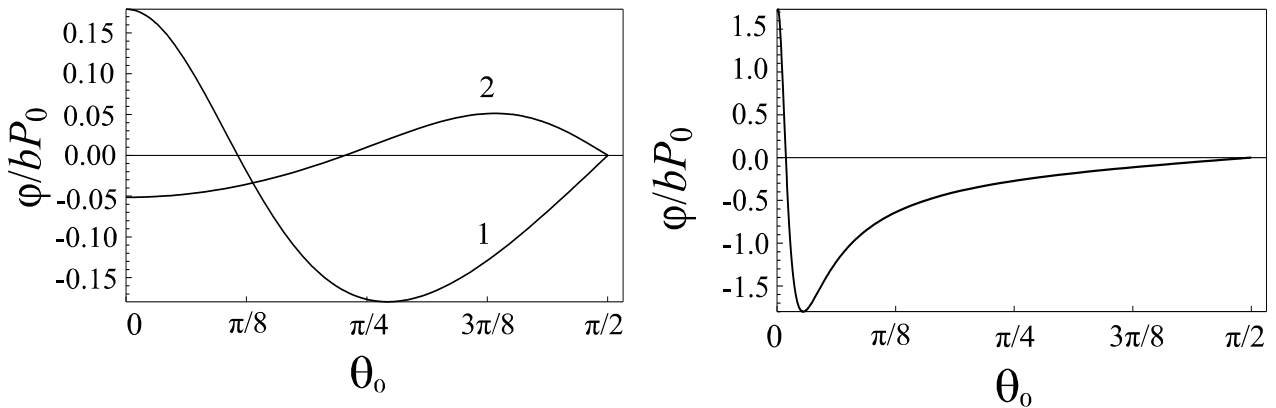


Рис. 1 Кутові залежності потенціалу  $\varphi$  на поверхні капіляра при  $\gamma \sim 1$  (лівий рисунок) та при  $\gamma = 0.05$  (правий рисунок). На лівому рисунку крива 1 відповідає магнітному полю, спрямованому вздовж малої півосі еліпса, крива 2 – уздовж великої півосі еліпса. На правому рисунку магнітне поле спрямоване поперек великої півосі еліпса.

З аналізу аналітичних і чисельних розрахунків випливає, що найбільш сприятливим для отримання максимального потенціалу  $\varphi$  є випадок  $\gamma \ll 1$  (магнітне поле  $H$  спрямовано поперек щілини). При цьому максимальне значення потенціалу досягається в області малих кутів  $\theta_0$ . Зокрема, при  $\theta_0 = 0$  потенціал дорівнює

$$\varphi = \frac{\pi b^3}{3} \frac{\alpha \rho_n H}{Mc} \frac{\rho s \Delta T}{\eta_n L}. \quad (31)$$

У розглянутих досі системах на поверхні були відсутні гострі кути. Але відомо, що особливо велику напруженість електричних полів можна очікувати поблизу гострих країв системи. Тому в роботі, як зразок, розглянуто капіляр з перерізом у вигляді рівностороннього трикутника зі стороною  $a_r$ . Чисельно отримано розподіл електричного поля в просторі для випадків, коли зовнішнє магнітне поле спрямовано уздовж осі  $x$  (рис. 2, а) і уздовж осі  $y$  (рис. 2, б).

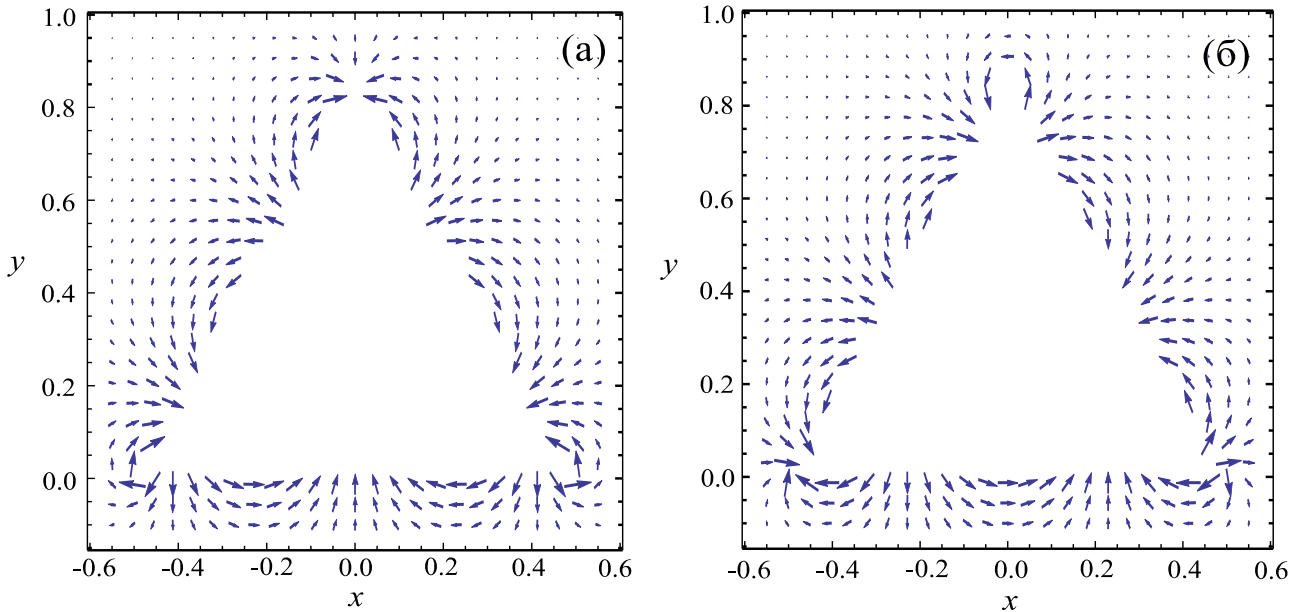


Рис. 2 Розподіл електричного поля поза капіляру трикутного перерізу у випадку, коли магнітне поле спрямоване уздовж осі  $x$  (а) і уздовж осі  $y$  (б). Всі довжини на рисунках вимірюються в одиницях  $a_r$ .

Напруженість електричного поля досягає максимальних значень поблизу кутів трикутника  $(\pm a_r / 2, 0)$  і  $(0, a_r \sqrt{3} / 2)$ . Показано, що поблизу цих кутів електричне поле має логарифмічну розбіжність.

Потенціал і електричне поле зовні зразка у розглянутих системах пропорційні кубу характерного поперечного розміру зразка  $d$ . Але збільшити величину ефекту за рахунок  $d$  можливо лише в деяких межах. Причина в тому, що при фіксованій швидкості  $v_n$  з ростом  $d$  ламінарний рух рідини переходить в турбулентний і виконані розрахунки перестають бути справедливими. В експерименті перехід в турбулентний стан проявляється в появі нелінійної залежності теплового потоку  $W$  від різниці температур між кінцями капіляра. При досягненні тепловим потоком деякої критичної величини  $W_{c1}$  ламінарний рух руйнується шляхом появи в надплинній рідині квантових вихорів і вихорових кілець (стан Т-1). При перевищенні тепловим потоком величини  $W_{c2}$  вихорова густина істотно збільшується (стан Т-2). Відомо, що перехід від стану Т-1 до стану Т-2 зв'язується з переходом в



турбулентний стан нормальної компоненти. Результати істотно залежать від форми каналу. Два переходи мають місце в еліптичних каналах з розмірами  $a \approx b$ . При  $a \gg b$  відбувається тільки один перехід в стан Т-2. У випадку каналу трикутного перерізу повинно спостерігатися два переходи. Отримані в роботі у випадку капіляра еліптичного перерізу обмеження на величину електричного потенціалу, який може бути отримано в режимі ламінарного протікання рідини, мають вигляд

$$\varphi < \frac{4\pi\hbar}{3M} \frac{\alpha H}{Mc} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \ln\left(\frac{b}{\xi}\right) \equiv \varphi_{c1}, \quad \gamma \sim 1, \quad (32)$$

$$\varphi < \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha H}{Mc} R_n \eta_n \equiv \varphi_{c2}, \quad \gamma \ll 1, \quad (33)$$

де  $\xi$  – радіус вихорового кора,  $R_n$  – число Рейнольдса. Виконані числові оцінки показують, що  $\varphi_{c2} > \varphi_{c1}$ . Таким чином, для отримання найбільшого потенціалу  $\varphi$  в ламінарному режимі слід використовувати щілину ( $\gamma \ll 1$ ), причому магнітне поле  $H$  має бути спрямовано поперек щілини.

В останньому пункті розділу розглядається нестационарний випадок. Розв'язана задача про поширення другого звуку для випадків, коли поперечний розмір капіляру  $R \gg \lambda$  і  $R \ll \lambda$  ( $\lambda$  – довжина хвилі другого звуку). За допомогою (26) отримано

$$\varphi = 4\pi\beta\rho c_2 \frac{\alpha HR}{Mc} I_1(kR) K_1(kr_0) T_a' \cos(\theta_0) \cos(\omega t), \quad R \gg \lambda, \quad (34)$$

$$\varphi = \frac{4\pi\alpha HR K_1(kr_0)}{Mc} \left[ \beta\rho c_2 I_1(kR) - \frac{\rho_s s \lambda_\eta}{c_2 \lambda} \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] T_a' \cos(\theta_0) \cos(\omega t), \quad R \ll \lambda. \quad (35)$$

Тут  $c_2$ ,  $k$  і  $\omega$  – швидкість, хвильове число і частота другого звуку відповідно,  $T_a'$  – амплітуда температури в хвилі другого звуку,  $\beta$  – коефіцієнт теплового розширення,  $\lambda_\eta = 2\pi\sqrt{\eta_n / \omega\rho_n}$ . Перший доданок в квадратних дужках (35) відповідає об'ємному вкладу потоку маси в ефект (порівняй з (34)), тоді як другий доданок є наслідком врахування граничних умов в задачі. Величина потенціалу в ефекті може досягати  $\varphi = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ В}$ .

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу задачу в області теоретичної фізики, а саме: теоретично описано процеси поляризації та механізми термополяризації надплинних бозе-систем.

Основними результатами дисертаційної роботи є наступні:

1. Розвинуто мікроскопічну теорію надплинного стану в моделі розрідженого бозе-газу лужного металу. Отримано фундаментальний вираз для поляризаційного заряду через комплексний параметр порядку, що залежить від координати ядра та валентного електрона.

2. Показано, що при наявності нормальних і надплинних потоків, що обтікають квантований вихор, він набуває дипольного моменту, який складається із суми двох доданків. Один доданок пропорційний відносній швидкості руху потоку  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ , де  $\mathbf{v}_n$  і  $\mathbf{v}_s$  – швидкості нормальної і надплинної компонент, а другий – пропорційний векторному добутку  $\mathbf{k} \times \mathbf{w}$ , де  $\mathbf{k}$  – циркуляція вихору.
3. Вирішено питання про поляризацію наноплівки надплинного гелію при її взаємодії з підкладкою. Отримано вираз для повного електричного поля, що виникає за рахунок взаємно наведених мультипольних моментів атома, що знаходиться поблизу твердого тіла, і підкладки. Знайдена добавка до поляризації плівки за рахунок неоднорідного розподілу густини рідини поблизу підкладки.
4. Побудовано теорію поширення третього звуку в надплинних наноплівках з урахуванням поляризації плівок підкладкою. Передбачено, що коливання температури при поширенні по плівці третього звуку приводять до появи у навколишньому просторі змінного електричного поля. Встановлено, що величина поля істотно залежить від товщини плівки, виду підкладки та способу її покриття. Встановлено, що урахування термічно активованих вихорів впливає на надплинну густину і швидкість третього звуку та практично не впливає на величину виникаючих електричних полів.
5. Передбачено термополяризаційний ефект у надплинних системах за наявності магнітного поля. Показано, що стаціонарні і нестаціонарні потоки тепла у надплинних системах, розміщених у магнітному полі, будуть приводити до появи у навколишньому просторі електричних полів, доступних виміру сучасними експериментальними методами.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ АВТОРОМ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Shevchenko S.I. On the Dipole Moment of Quantized Vortices in the Presence of Flows / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // J. Low. Temp. Phys. – 2016. – V. 185, №5. – P. 384–391, кuartиль – Q3.
2. Шевченко С.И. О возможности нового электрического эффекта в сверхтонких сверхтекучих пленках / С.И. Шевченко, **A.M. Konstantinov** // Письма в ЖЭТФ. – 2016. – V. 104, №7. – С. 518–522, кuartиль – Q1.
3. Shevchenko S.I. Non-stationary Thermal Electromotive Force Generated by Third Sound / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // J. Low. Temp. Phys. – 2019. – V. 194, №1. – P. 1–13, кuartиль – Q3.
4. Шевченко С.И. Сверхтеплопроводность и электрическая активность сверхтекучих систем / С.И. Шевченко, **A.M. Konstantinov** // Письма в ЖЭТФ. – 2019. – V. 109, №12. – С. 829–833, кuartиль – Q2.
5. Шевченко С.И. Противотоковая теплопроводность и электрическая активность сверхтекучих систем в магнитном поле / С.И. Шевченко, **A.M. Konstantinov** // ФНТ – 2020. – V. 46, №1. – С. 57–69, кuartиль – Q3.
6. Шевченко С.И. О дипольном моменте квантованных вихрей, порождаемом потоками / С.И. Шевченко, **A.M. Konstantinov** // XXXVII совещания по

физике низких температур (НТ-37), 29 июня – 3 июля, 2015: тезисы докл. – Россия, Казань, 2015. – С. 236–237.

7. Шевченко С.И. Об особенностях поляризации неоднородных систем при наличии и отсутствии межатомного взаимодействия / С.И. Шевченко, **А.М. Константинов** // XII Міжнародна наукова конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 1 – 4 грудня, 2015: тези доповідей. – Україна, Харків, 2015. – С. 19.

8. Shevchenko S.I. On the dipole moment of quantized vortices in the presence of flows / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // VII International Conference for Young Scientist “Low Temperature Physics”, June 6 – 10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 108.

9. Shevchenko S.I. On the possibility of a new electric effect in ultra-thin superfluid films / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // VII Conference of Young Scientists “Problems of Theoretical Physics”, December 13 – 15, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 23.

10. Shevchenko S.I. On the possibility of a new electric effect in 2D superfluid systems / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // VIII International Conference for Professionals & Young Scientist “Low Temperature Physics”, May 29 – June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 119.

11. Shevchenko S.I. Possibility of generation of a giant electromotive force by third sound / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // 8th International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems”, May 18 – 22, 2018: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2018. – P. 71.

12. Shevchenko S.I. Non-stationary thermal electromotive force generated by third sound / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // IX International Conference for Professionals and Young Scientist “Low Temperature Physics”, June 4 – 8, 2018: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2018. – P. 110.

13. Шевченко С.И. О нестационарной термоэлектродвижущей силе, порождаемой третьим звуком / С.И. Шевченко, **А.М. Константинов** // XXXVIII совещания по физике низких температур (НТ-38), 17 – 22 сентября, 2018: тезисы докл. – Россия, г. Москва – г. Ростов-на-Дону – пос. Шепси, 2018. – С. 153–154.

14. Shevchenko S.I. The third sound as an electric field generator / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // IX Conference of Young Scientists “Problems of Theoretical Physics”, December 4 – 5, 2018: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2018. – P. 20.

15. **Konstantinov A.M.** The third sound as a generator of non-stationary thermal emf / **A.M. Konstantinov**, S.I. Shevchenko, **A.M. Константинов** // Школа-конференція молодих вчених «Сучасне матеріалознавство: фізика, хімія, технології», 27 – 31 травня, 2019: тези доповідей. – Україна, Ужгород, 2019. – С. 176.

16. **Konstantinov A.M.** On the one thermomagnetic effect in superfluid systems / **A.M. Konstantinov**, S.I. Shevchenko // X International Conference for Professionals and Young Scientist “Low Temperature Physics”, June 3 – 7, 2019: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2019. – P. 92.

17. Shevchenko S.I. The Third Sound as a Generator of Non-stationary Thermal EMF / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // International Symposium on Quantum Fluids and Solids 2019 (QFS2019), August 7 – 13, 2019: book of abstr. – Canada, Alberta, 2019. – P. 68.
18. Shevchenko S.I. Superheat conductivity and electrical activity of superfluid systems / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // International Symposium on Quantum Fluids and Solids 2019 (QFS2019), August 7 – 13, 2019: book of abstr. – Canada, Alberta, 2019. – P. 68.
19. **Konstantinov A.M.** Superheatconductivity and electrical activity of superfluid systems / **A.M. Konstantinov**, S.I. Shevchenko // Bogolyubov Kyiv Conference “Problems of Theoretical and Mathematical Physics”, September 24 – 26, 2019: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2019. – P. 62.
20. Shevchenko S.I. Thermal counterflow and electrical activity of superfluid systems in a magnetic field / S.I. Shevchenko, **A.M. Konstantinov** // X Conference of Young Scientists “Problems of Theoretical Physics”, December 23 – 24, 2019: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2019. – P. 2.

## АНОТАЦІЯ

**Константинов О.М. Термополяризаційні ефекти у надплинних бозе-системах. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б.І.Веркіна НАН України, Харків, 2020.

Дисертація присвячена теоретичному дослідженню процесів поляризації та механізмів термополяризації надплинних бозе-систем. Передбачено, що коливання температури при поширенні по тонкій надплинній плівці третього звуку приводять до появи в навколишньому просторі змінного електричного поля (нестаціонарний термоелектричний ефект). Встановлено, що величина поля істотно залежить від виду підкладки та способу її покриття. Показано, що вплив на ефект термічно активованих вихорів навіть поблизу надплинного переходу є слабким. Передбачено, що в надплинному гелії, який знаходиться в магнітному полі, потік тепла під дією градієнта температури приводить до появи електричного поля. Величина поля істотно залежить від форми зразка з гелієм і напрямку магнітного поля відносно зразка. Показано, що ефект реалізується як при статичному, так і при нестаціонарному градієнті температури. У дисертації також розвинена теорія поляризації надплинної системи в моделі слабконеідеального бозе-газу. В рамках цієї моделі встановлено, що прямолінійний квантований вихор створює поза системою електричний потенціал. Цей потенціал виглядає як потенціал дипольного моменту, що дозволяє приписати вихору дипольний момент.

**Ключові слова:** квантований вихор, дипольний момент, поляризація, третій звук, термоелектричний ефект, термомагнітний ефект, надтеплопровідність.

## АННОТАЦИЯ

**Константинов А.М. Термополяризационные эффекты в сверхтекучих бозе-системах. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Физико-технический институт низких температур имени Б. И. Веркина НАН Украины, Харьков, 2020.

Диссертация посвящена теоретическому исследованию процессов поляризации и механизмов термополяризации сверхтекучих бозе-систем.

Решена задача об электрическом поле, возникающем над системой «атом гелия вблизи подложки» за счет взаимной поляризации атома и подложки. Построена теория распространения третьего звука в сверхтекучих нанопленках с учетом поляризации пленок подложкой, эффектов испарения и конденсации, а также диффузионного движения вихрей и вихревых пар.

Предсказано, что колебания температуры при распространении по тонкой сверхтекучей пленке третьего звука приводят к появлению в окружающем пространстве переменного электрического поля (своеобразный нестационарный термоэлектрический эффект), доступного наблюдению современными экспериментальными методами. Установлено, что величина поля существенно зависит от вида подложки и способа ее покрытия. Показано, что дифференциальная термоэлектродвижущая сила (отношение амплитуды электрического потенциала к амплитуде температуры пленки), может превосходить таковую в металлах и достигать  $10^{-4} \text{ В} / \text{ К}$ . Установлено, что влияние на эффект термически возбуждаемых вихрей даже в окрестности сверхтекучего перехода является слабым.

Предсказано, что сверхтекучий гелий, помещенный в магнитное поле, ортогональное потоку тепла, порождаемому градиентом температуры, поляризуется, что приводит к появлению электрического поля в окружающем пространстве (терромагнитный эффект). Эффект имеет место в сверхтекучих системах благодаря наличию у них противотоковой теплопроводности, также называемой сверхтеплопроводностью. Рассмотрены особенности эффекта для ряда образцов с различной геометрией и показано, что величина поля существенно зависит от формы образца и направления магнитного поля относительно образца. В круговом капилляре эффект отсутствует, а в случае эллиптического капилляра с полуосями  $a$  и  $b$  величина электрического поля при  $a \gg b$  изменяется больше, чем на три порядка в зависимости от того, направлено магнитное поле вдоль большой или малой полуоси. Установлено, что эффект реализуется как при стационарном, так и при нестационарном градиенте температуры (при распространении второго и третьего звуков).

В диссертации также развита теория поляризации сверхтекучей системы в модели слабо неидеального бозе-газа. Впервые получено фундаментальное выражение для поляризационного заряда неоднородной сверхтекучей системы через ее параметр порядка, имеющего смысл волновой функции атомов с учетом внутреннего движения валентных электронов. В рамках этой модели

установлено, что при наличии внешних сверхтекучих потоков прямолинейный квантованный вихрь создает вне системы электрический потенциал, который выглядит как потенциал дипольного момента, что позволяет приписать вихрю дипольный момент. Этот дипольный момент является суммой двух слагаемых, одно из которых пропорционально относительной скорости движения нормальной и сверхтекучей компонент  $\mathbf{w}$ , а второе – пропорционально  $\mathbf{k} \times \mathbf{w}$ , где  $\mathbf{k}$  – циркуляция вихря.

**Ключевые слова:** квантованный вихрь, дипольный момент, поляризация, третий звук, термоэлектрический эффект, терромагнитный эффект, сверхтеплопроводность.

## ABSTRACT

**Konstantinov A. M. Thermopolarization effects in superfluid Bose systems. – Manuscript.**

Thesis for a candidate's degree in physics and mathematics in speciality 01.04.02 – theoretical physics. – B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering, the NAS of Ukraine, Kharkiv, 2020.

The thesis is devoted to the theoretical study of polarization processes and thermopolarization mechanisms of superfluid Bose systems. It is predicted that oscillations of temperature during the propagation of the third sound in a thin superfluid film cause the appearance of an alternating electric field in the surrounding space (non-stationary thermoelectric effect). The magnitude of this field depends significantly on the substrate type and the method of its coating. It is shown that the influence of thermally activated vortices on this effect is weak even near the superfluid transition. It is also predicted that a heat flux induced by the temperature gradient in superfluid helium that is placed in a magnetic field generates an electric field. The magnitude of the field significantly depends on the shape of the helium-containing sample and on the direction of the magnetic field with respect to the sample. The existence of this effect as a result of both static and time-dependent temperature gradients is established. The thesis also develops the microscopic theory of polarization of the superfluid system in the model of a weakly non-ideal Bose gas. In the context of this model, it is established that a vortex in a superfluid film creates an electric potential above the film. This potential has the form of a dipole's potential, allowing one to assign a dipole moment to the vortex.

**Keywords:** quantized vortex, dipole moment, polarization, third sound, thermoelectric effect, thermomagnetic effect, superthermal conductivity.